

Marque las respuestas verdaderas (sólo hay una por pregunta).

12.1 Si $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ es una función homogénea de grado 3, entonces:

- (a) $f(3x, 3y) = 3f(x, y)$.
- (b) $f(3x, 3y) = 9f(x, y)$.
- (c) $f(3x, 3y) = 27f(x, y)$.

12.2 La función $f(x, y) = Kx^\alpha y^\beta$, con $K, \alpha, \beta > 0$, es una función:

- (a) Homogénea de grado $K(\alpha + \beta)$.
- (b) Homogénea de grado $\alpha + \beta$.
- (c) Homogénea de grado $\alpha\beta$.

12.3 Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(tx, y) = f(x, ty) = tf(x, y)$ para cualesquiera $x, y, t \in \mathbb{R}$. Entonces:

- (a) f no es homogénea.
- (b) f es homogénea de grado 1.
- (c) f es homogénea de grado 2.

12.4 Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{x-y}, & \text{si } x \neq y, \\ 0, & \text{si } x = y. \end{cases}$$

Entonces:

- (a) f es de clase C^1 en \mathbb{R}^2 .
- (b) $\nabla f(0, 0) = (1, -1)$.
- (c) f es homogénea.

12.5 Si $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es homogénea de grado α y $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es homogénea de grado β , entonces:

- (a) $f + g$ es homogénea de grado $\alpha + \beta$.
- (b) $\alpha = \beta \Rightarrow f + g$ es homogénea.
- (c) $f + g$ no es homogénea.

12.6 Sean $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funciones homogéneas de grado p y q , respectivamente. Entonces:

- (a) $f + g$ es homogénea de grado $p + q$.
- (b) $f \cdot g$ es homogénea de grado pq .
- (c) $f \circ g$ es homogénea de grado pq .

12.7 Si $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ es homogénea de grado α , entonces la función $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $F(x, y) = (f(x, y))^3$:

- (a) Es homogénea de grado 3α .
- (b) Es homogénea de grado α^3 .
- (c) No está garantizado que sea homogénea.

12.8 Sean $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una función homogénea de grado p y $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y, z) = g(g(x, y), g(x, z))$. Entonces:

- (a) f no es homogénea.
- (b) f es homogénea de grado p .
- (c) f es homogénea de grado p^2 .

12.9 ¿Cuál de las siguientes funciones podría ser una derivada parcial de segundo orden de una función de clase C^2 y homogénea de grado 3?

- (a) $x \ln y$.
- (b) $x^2 e^{y/x}$.
- (c) $\frac{x^3}{xy + y^2} \cos \frac{x}{y}$.

12.10 Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una función diferenciable y homogénea de grado 2 que verifica $\frac{\partial f}{\partial x}(2, 5) = 7$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(2, 5) = -2$. Entonces:

- (a) $f(2, 5) = -5$.
- (b) $f(2, 5) = 7$.
- (c) $f(2, 5) = 2$.

12.11 Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ homogénea y diferenciable tal que $f(1, 2) = 4$, $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2) = -8$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2) = 8$. ¿Cuál es el grado de homogeneidad de f ?

- (a) -1 .
- (b) 0 .
- (c) 2 .

12.12 Si $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ es homogénea de grado 1, de clase C^1 y tal que $\frac{\partial f}{\partial y}(1, 1) = 0$, entonces:

(a) $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 1) = f(1, 1)$.

(b) $f(1, 1) = 0$.

(c) $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 1) = 0$.

12.13 ¿Con cuál de los siguientes enunciados se garantiza que $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sea homogénea?

(a) $x \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) + y \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 0$ para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

(b) $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ son homogéneas.

(c) f es lineal.

RECOPIACIÓN REALIZADA POR
BONIFACIO LLAMAZARES