Marque las respuestas verdaderas (sólo hay una por pregunta).

15.1 La integral $\int_1^3 (x-a)^\beta \, dx$:

(a) No es impropia cuando $a = 1$ y $\beta > 0$.

(b) Es impropia de segunda especie cuando $a = 2$ y $\beta > 0$.

(c) Es impropia de segunda especie cuando $a = 0$ y $\beta < 0$.

15.2 La integral $\int_0^1 (x-a)^\beta \, dx$:

(a) Es impropia cuando $a = 2$ y $\beta > 0$.

(b) Es impropia cuando $a = 2$ y $\beta < 0$.

(c) Es impropia cuando $a = 0$ y $\beta < 0$.

15.3 Sea $f : [0,\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ una función continua tal que $\int_0^\infty f(x)\, dx$ es convergente. Entonces:

(a) No se puede determinar el carácter de $\int_1^\infty f(x)\, dx$.

(b) $\int_0^1 f(x)\, dx$ es impropia y divergente.

(c) $\int_1^\infty f(x)\, dx$ es convergente.

15.4 La integral impropia $\int_2^\infty \frac{dx}{x^\alpha}\, dx$:

(a) Converge para todo $\alpha > 1$.

(b) Diverge para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

(c) Converge para todo $\alpha < 2$.

15.5 (a) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$ es impropia divergente.

(b) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$ es impropia convergente.

(c) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2} = -2$.

RECOPILACIÓN REALIZADA POR BONIFACIO LLAMAZARES

15.6 Sean $f, g : (0,1] \longrightarrow \mathbb{R}$ dos funciones no acotadas en un entorno del punto 0 y que son integrables Riemann en $[a,1]$, $\forall\, a \in (0,1)$. Entonces:

(a) Si $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ es divergente y $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,dx$ es convergente, entonces $\displaystyle\int_0^1 (f+g)(x)\,dx$ es convergente.

(b) Si $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ es convergente y $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,dx$ es divergente, entonces $\displaystyle\int_0^1 (f+g)(x)\,dx$ es divergente.

(c) Si $\displaystyle\int_0^1 (f+g)(x)\,dx$ es convergente, entonces $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ y $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,dx$ son convergentes.

15.7 Sea $f : (0,\infty) \longrightarrow (0,\infty)$ una función no acotada en un entorno del punto 0 y que es integrable Riemann en $[a,b]$ para cualesquiera $a, b \in \mathbb{R}$ tales que $0 < a < b$. Si $0 \leq f(x) \leq \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ para cualquier $x \in (0,1]$, entonces:

(a) $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ es divergente.

(b) $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ es convergente.

(c) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$ es divergente.

15.8 Sean $f : [a,b) \longrightarrow \mathbb{R}$ una función no acotada en un entorno del punto b e integrable en todo intervalo $[a,c] \subseteq [a,b)$ y $M \in \mathbb{R}$. Si $0 \leq f(x) \leq \dfrac{M}{\sqrt{x-b}}$ $\forall\, x \in [a,b)$, entonces:

(a) $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$ es convergente.

(b) $\displaystyle\int_a^b \frac{f(x)}{\sqrt{x-b}}\,dx$ es divergente.

(c) $M > 0 \quad \Rightarrow \quad \displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$ es divergente.

15.9 Para cualquier $n \in \mathbb{N}$ la integral euleriana $\Gamma(n)$ toma el valor:

(a) $n!$

(b) $(n-1)!$

(c) $(n+1)!$

15.10 El valor de $n \in \mathbb{N}$ para el cual $\beta(3,2) = \beta(n+1,1)$ es:

(a) 11.

(b) 5.

(c) 17.

RECOPILACIÓN REALIZADA POR BONIFACIO LLAMAZARES