Marque las respuestas verdaderas (sólo hay una por pregunta).

3.1 Sean $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$. Entonces:

(a) $(A^t + B^t)^t = A^t + B^t$.
(b) $(A^t + B)^t = B^t + A$.
(c) $(A^t B)^t = AB^t$.

3.2 Si $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ es simétrica y $B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ es antisimétrica, entonces:

(a) $A + B$ es simétrica.
(b) AB es antisimétrica.
(c) $(A - B)(A + B)$ es simétrica.

3.3 Si $A \in \mathcal{M}_{3\times 2}(\mathbb{R})$ y $B \in \mathcal{M}_{2\times 3}(\mathbb{R})$, entonces:

(a) $\det(AB) = \det A \det B$.
(b) $(A + B^t)^t = A^t + B$.
(c) $AB = BA$.

3.4 Sean $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$. Entonces:

(a) $\det A = \det B \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \det(AB) \neq 0$.
(b) $\det A = \det B = 0 \quad \Rightarrow \quad \det(A + B) = 0$.
(c) $\det A = -\det B \quad \Rightarrow \quad \det(A + B) = 0$.

3.5 Si $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ es ortogonal $(A^t = A^{-1})$, entonces:

(a) $\det A = 0$.
(b) $\det A = 1$.
(c) $\det A \neq 0$.

3.6 Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ tales que $C = ABA^t$. Entonces:

(a) B es simétrica $\quad \Rightarrow \quad C$ es simétrica.
(b) B es inversible $\quad \Rightarrow \quad \det C \neq 0$.
(c) A es simétrica $\quad \Rightarrow \quad C = A^2 B$.

3.7 Si $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$, entonces:

(a) $AB = (0) \quad \Rightarrow \quad A = (0)$ o $B = (0)$.
(b) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.
(c) $AB = I_n \quad \Rightarrow \quad A$ y B son inversibles.

3.8 Si $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ son inversibles, entonces:

(a) AB es inversible.

(b) αA es inversible, cualquiera que sea $\alpha \in \mathbb{R}$.

(c) $A + B$ es inversible.

3.9 Si $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ son tales que A es inversible y $AB = (0)$, entonces:

(a) $B = (0)$.

(b) $B = A^{-1}$.

(c) $A = (0)$.

3.10 Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$. Si A es inversible, entonces:

(a) $AB = BA$.

(b) $AB = AC \quad \Rightarrow \quad B = C$.

(c) $(A + B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$.

3.11 Sean $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ inversibles. Entonces:

(a) $(A^t + B^t)^{-1} = (A^{-1})^t + (B^{-1})^t$.

(b) $(A^{-1} + B^{-1})^t = (A^t + B^t)^{-1}$.

(c) $(A^{-1} + B^{-1})^t = (A^t)^{-1} + (B^t)^{-1}$.

3.12 Sean $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$. Si A es inversible y simétrica, entonces:

(a) $(AB^tA^{-1})^t = A^{-1}B^tA$.

(b) $(AB^tA^{-1})^t = ABA^{-1}$.

(c) $(AB^tA^{-1})^t = A^{-1}BA$.

3.13 Si $A \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbb{R})$ es tal que $\operatorname{rg} A = 3$, entonces:

(a) Los 4 vectores columna de A son linealmente independientes.

(b) Los 3 vectores fila de A son linealmente independientes.

(c) $\det A \neq 0$.

3.14 Sean $A \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ y $\bar{c}_1, \bar{c}_2, \bar{c}_3$ los tres vectores columna de A. Entonces:

(a) $\bar{c}_1, \bar{c}_2, \bar{c}_3$ son linealmente independientes $\Rightarrow$ A es inversible.

(b) $\bar{c}_1, \bar{c}_2$ son linealmente independientes $\Rightarrow$ $\operatorname{rg} A < 3$.

(c) $\bar{c}_1, \bar{c}_2, \bar{c}_3$ son linealmente dependientes $\Rightarrow$ A es la matriz nula.

3.15 Sea $A \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ tal que $\det A = 2$. Entonces:

(a) $\mathrm{rg}(A) = 2$.
(b) $\mathrm{rg}(A) = 3$.
(c) A no es inversible.

3.16 Si $A \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbb{R})$, entonces:

(a) $\mathrm{rg}(A) \geq 3$.
(b) $\mathrm{rg}(A) = 3 \quad \Rightarrow \quad A$ es inversible.
(c) $\mathrm{rg}(A) \leq 3$.

3.17 Sean $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ tales que $\det(AB) = 0$. Entonces:

(a) $\det A = \det B = 0$.
(b) $\mathrm{rg}(AB) = n$.
(c) A es inversible $\quad \Rightarrow \quad \mathrm{rg}\, B < n$.

3.18 Si $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$, entonces:

(a) $\det(-A) = \det(A)$.
(b) $\mathrm{rg}(-A) = \mathrm{rg}(A)$.
(c) $\mathrm{tr}(-A) = \mathrm{tr}(A)$.

3.19 Sean $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$. Entonces:

(a) $\mathrm{rg}(A + B) = \mathrm{rg}\, A + \mathrm{rg}\, B$.
(b) $\mathrm{tr}(A + B) = \mathrm{tr}\, A + \mathrm{tr}\, B$.
(c) $\det(A + B) = \det A + \det B$.

3.20 Si $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 1 & \beta \end{pmatrix}$, donde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, entonces:

(a) $\mathrm{tr}\, A = 2 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \beta = 1$.
(b) $\mathrm{rg}\, A = 1 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \beta = 1$.
(c) $\mathrm{rg}\, A = 1 \quad \Rightarrow \quad \alpha\beta = 1$.

3.21 Si $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ es inversible, entonces:

(a) El sistema $A\bar{x} = \bar{0}$ tiene infinitas soluciones.
(b) $\det A = 0$.
(c) $\mathrm{rg}\, A = n$.

3.22 Sea $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$. Entonces:

(a) El sistema $A\bar{x} = \bar{0}$ tiene alguna solución no trivial $\Leftrightarrow$ $\det A = 0$.

(b) El sistema $A\bar{x} = \bar{0}$ tiene alguna solución no trivial $\Leftrightarrow$ $\det A \neq 0$.

(c) El sistema $A\bar{x} = \bar{0}$ tiene infinitas soluciones.

3.23 Sea $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{R})$ una matriz de rango máximo. Si $m < n$, entonces el sistema $A\bar{x} = \bar{0}$ es:

(a) Compatible indeterminado.

(b) Incompatible.

(c) Compatible determinado.

3.24 Si $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$, $\bar{b} \in \mathbb{R}^n$ es no nulo y el sistema $A\bar{x} = \bar{b}$ tiene solución única, entonces:

(a) $A\bar{x} = \bar{0}$ tiene infinitas soluciones.

(b) $A^{-1}\bar{b}$ es la solución del sistema.

(c) El vector $\bar{b}$ no es combinación lineal de los vectores columna de A.