Marque las respuestas verdaderas (sólo hay una por pregunta).

14.1 $\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen} x \, dx = 0$, luego:

(a) El área geométrica comprendida entre la gráfica de la función seno (entre $-\pi$ y π) y el eje de abscisas es nula.

(b) La diferencia entre el área sobre el eje de abscisas y bajo el mismo eje entre $-\pi$ y π de la gráfica de la función seno es nula.

(c) $\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen} x \, dx = 2 \int_{0}^{\pi} \operatorname{sen} x \, dx$.

14.2 Si $f, g : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}$ son dos funciones integrables tales que $\int_0^1 f(x)\, dx = \int_0^1 g(x)\, dx$, entonces:

(a) $\int f(x)\, dx = \int g(x)\, dx$.

(b) $f = g$.

(c) $\int_0^1 (f(x) - g(x))\, dx = 0$.

14.3 Sea $f : [-1,1] \longrightarrow \mathbb{R}$ una función integrable Riemann tal que $|f(x)| \leq 2 \ \forall x \in [-1,1]$. Entonces:

(a) $-4 \leq \int_{-1}^{1} f(x)\, dx \leq 4$.

(b) $\exists c \in [-1,1]$ tal que $f(c) = 2$.

(c) $\int_{-1}^{1} f(x)\, dx \geq 0$.

14.4 Sean $f : [0,\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ una función continua y $a, b, c \in \mathbb{R}$ tales que $0 < a < b < c$. Entonces $\int_a^{b+c} f(x)\, dx$ es igual a:

(a) $\int_a^b f(x)\, dx + \int_a^c f(x)\, dx$.

(b) $\int_a^b f(x)\, dx + \int_b^c f(x)\, dx$.

(c) $\int_a^b f(x)\, dx + \int_b^{b+c} f(x)\, dx$.

14.5 Si $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ es una función continua, entonces:

(a) $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \forall\, x \in [a,b]\;\; f(x) \geq 0.$

(b) $\displaystyle\left|\int_a^b f(x)\,dx\right| \leq \int_a^b |f(x)|\,dx.$

(c) $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx = 0 \quad \Rightarrow \quad \forall\, x \in [a,b]\;\; f(x) = 0.$

14.6 Sean $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ una función integrable Riemann y $F : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $F(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,dt$. Entonces:

(a) F es continua en $[a,b]$.

(b) F es derivable en (a,b).

(c) $f'(x) = F(x)$ para cualquier $x \in (a,b)$.

14.7 Sean $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ una función continua y $F(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,dt$, con $x \in [a,b]$. Entonces:

(a) $F'(x) = f(t)$.

(b) $F'(x) = f(x) - f(a)$.

(c) $F'(x) = f(x)$.

14.8 Si $f : [a,\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ es una función continua y se define $F(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,dt$, entonces:

(a) $f(a) > 0 \quad \Rightarrow \quad F(a) > 0.$

(b) $f(a) = 0 \quad \Rightarrow \quad F'(a) = 0.$

(c) $F(a) = 0 \quad \Rightarrow \quad F'(a) = 0.$

14.9 Si $f : [0,\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ es una función continua y se define $F(x) = x\displaystyle\int_0^x f(t)\,dt$, entonces:

(a) $F'(x) = xf(x)$.

(b) $F'(x) = \dfrac{F(x)}{x} + xf(x)$.

(c) $F'(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)\,dt$.

14.10 Si $f, g : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ son dos funciones derivables, entonces:

(a) $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx \geq \int_a^b g(x)\,dx \quad \Rightarrow \quad \forall\, x \in [a,b]\;\; f(x) \geq g(x).$

(b) $\displaystyle\int_a^b f(x)g'(x)\,dx = f(b)g(b) - f(a)g(a) - \int_a^b f'(x)g(x)\,dx.$

(c) $\displaystyle\int_a^b f(x)g(x)\,dx = \left(\int_a^b f(x)\,dx\right)\left(\int_a^b g(x)\,dx\right).$