Marque las respuestas verdaderas (sólo hay una por pregunta).

11.1 Si $P(x)$ es el polinomio de Taylor de grado 1 de $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ en torno a 0, entonces:

(a) $f(x) = P(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

(b) $f(x) \neq P(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

(c) $f(0) = P(0)$.

11.2 El polinomio de Taylor de grado 1 de la función $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - y)$ en torno al punto $(1, 1)$ es:

(a) $-3 + 2x + y$.

(b) $-y$.

(c) $2x + y$.

11.3 Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ de clase C^2 tal que $f(0, 1) = 0$ y $\nabla f(0, 1) = (1, -1)$. Entonces el polinomio de Taylor de f de grado 1 en torno a $(0, 1)$ es:

(a) 0.

(b) $x - y$.

(c) $x - y + 1$.

11.4 El término independiente del polinomio de Taylor de grado 1 en torno a $(1, 1)$ de la función $f(x, y) = 3x^{1/3}y^{2/3}$ es:

(a) $\sqrt{2}$.

(b) 0.

(c) 3.

11.5 El polinomio de Taylor de grado 2 de la función $f(x, y) = \operatorname{sen}(x + 2y)$ en torno al punto $(0, 0)$ es:

(a) $x + 2y$.

(b) $1 + x + y^2$.

(c) $y + 2xy + 2x^2 + y^2$.

11.6 El polinomio de Taylor de grado 2 de $f(x, y) = xye^x$ en torno a $(0, 1)$ es:

(a) $2x^2 + 2xy - x$.

(b) $x^2 + xy$.

(c) $x + x^2 + xy$.

11.7 Si $P(x,y) = 1 + x - y + 2x^2 - xy + y^2$ es el polinomio de Taylor de orden 2 en torno a $(0,0)$ de una función $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ de clase C^3, entonces $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ es igual a:

(a) 4.

(b) 2.

(c) 1.

11.8 $P(x,y) = 1 + x + y + \frac{1}{2}x^2 + xy + \frac{1}{2}y^2$ es el polinomio de Taylor de grado 2 en torno al punto $(0,0)$ de la función:

(a) e^{x+y}.

(b) $1 + \operatorname{sen}(x+y)$.

(c) $\ln(1+x+y)$.

11.9 Sean $F : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ y $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ solución de la ecuación $F(x,y) = 0$. ¿Bajo cuál de las siguientes hipótesis se garantiza la dependencia local de y respecto de x mediante una función diferenciable?

(a) F es de clase C^∞ en $\mathbb{R}^2$ y $\nabla F(x_0, y_0) = (0,0)$.

(b) F es de clase C^∞ en $\mathbb{R}^2$ y $\dfrac{\partial F}{\partial y}(x_0, y_0) \neq 0$.

(c) F es de clase C^1 en $\mathbb{R}^2$ y $\dfrac{\partial F}{\partial x}(x_0, y_0) \neq 0$.

11.10 Sean $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ de clase C^1 y $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R}^3$. ¿Bajo qué condiciones se puede asegurar que en la ecuación $f(x,y,z) = 0$ alguna de las variables x, y, z es función implícita de las dos variables restantes en algún entorno de (x_0, y_0, z_0)?

(a) $f(x_0, y_0, z_0) \neq 0$ y $\nabla f(x_0, y_0, z_0) = (0,0,0)$.

(b) $f(x_0, y_0, z_0) = 0$ y $\nabla f(x_0, y_0, z_0) = (0,0,0)$.

(c) $f(x_0, y_0, z_0) = 0$ y $\nabla f(x_0, y_0, z_0) \neq (0,0,0)$.

11.11 Sea $F(x,y,z)$ una función que verifica las hipótesis del teorema de existencia de la función implícita (de z como función implícita de x e y) en torno al punto $(0,0,1)$, y sea $f(x,y)$ la función implícita garantizada por dicho teorema. Si F es de clase C^2, entonces:

(a) $\nabla F(0,0,1) = (0,0,0)$.

(b) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) = \dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0,0)$.

(c) $F(0,0,1) \neq 0$.

11.12 Se verifican las hipótesis del teorema de existencia de la función implícita que garantizan que la ecuación $x^2 - y^2 + z^2 = 1$ define en torno a $(0, 0, 1)$ a:

(a) x como función implícita de (y, z).

(b) y como función implícita de (x, z).

(c) z como función implícita de (x, y).

11.13 La ecuación $x^2 + y^2 + 1 = 0$:

(a) No define localmente función implícita alguna en torno a ningún punto de $\mathbb{R}^2$.

(b) Define a y como función implícita de x en torno al punto $(0, -1)$.

(c) Define a y como función implícita de x en torno al punto $(0, 0)$.

11.14 La ecuación $F(x, y) = \cos x + y^2 - 1 = 0$:

(a) No define ninguna función $y = f(x)$ tal que $F(x, f(x)) = 0$ en torno a $(0, 0)$.

(b) No verifica las hipótesis del teorema de la función implícita en torno a $(0, 0)$.

(c) Define a y como función de x en torno a $(0, 0)$ mediante la función diferenciable en 0, $y = \sqrt{1 - \cos x}$.